

## Φροντιστήριο 1, 22/01/2020

### Άσκηση 1

Να αποδείξετε ότι, για κάθε άρτιο αριθμό  $n$  μεγαλύτερο από 2, υπάρχει 3-κανονικό (κάθε κόμβος έχει βαθμό 3) μη κατευθυνόμενο γράφημα με  $n$  κόμβους.

### Άσκηση 2

Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  $\sqrt{2}$  είναι άρρητος.

### Άσκηση 3

Να αποδείξετε ότι για κάθε ακέραιο  $n \geq 0$ , ο αριθμός  $\phi(n) = 4^{2n+1} + 3^{2n+1}$  είναι πολλαπλάσιο του 7.

### Άσκηση 4

Υποθέστε ότι το σύνολο  $L$  είναι το μικρότερο σύνολο επί του αλφαβήτου  $\{0,1\}$  τα στοιχεία του οποίου παράγονται από τους πιο κάτω κανόνες:

- (1)  $\varepsilon \in L$
- (2)  $\text{An } u \in L \text{ τότε } 0u1 \in L$

(α) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $n \geq 0$ , η λέξη  $0^n 1^n \in L$ .

(β) Να αποδείξετε ότι για κάθε λέξη  $w \in L$  ισχύει ότι  $w = 0^k 1^k$  για κάποιο  $k \geq 0$ .